

# 시간최적제어를 이용한 지브크레인의 흔들림제어

강민우\* · 홍금식\*\*

\*부산대학교 지능기계공학과

\*\*부산대학교 기계공학부

## Anti-Sway Control of a Jib Crane Using Time Optimal Control

MIN-WOO KANG\*, KEUM-SHIK HONG\*\*

\*Department of Mechanical and Intelligent Systems Engineering, Pusan National University, Busan, Korea

\*\*School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan, Korea

**KEY WORDS:** Jib Crane 지브크레인, Velocity Profile 속도선도, Time Optimal Control 시간최적제어

**ABSTRACT:** This paper investigates the constant-level luffing and time optimal control of jib cranes. The constant-level luffing, which is the sustainment of the load at a constant height during luffing, is achieved by analyzing the kinematic relationship between the angular displacement of a boom and that of the main hoist motor of a jib crane. Under the assumption that the main body of the crane does not rotate, the equations of motion of the boom are derived using Newton's Second Law. The dynamic equations for the crane system are highly nonlinear; therefore, they are linearized under the small angular motion of the load to apply linear control theory. This paper investigates the time optimal control from the perspective of no-sway at a target point. A stepped velocity pattern is used to design the moving path of the jib crane. Simulation results demonstrate the effectiveness of the time optimal control, in terms of anti-sway motion of the load, while luffing the crane.

### 1. 서 론

항만에서 컨테이너를 선적하거나 하역하기 위해서는 컨테이너크레인을 사용하지만, 일반화물이나 특수화물을 처리하는 데는 Fig. 1과 같은 지브크레인(jib crane 혹은 rotary crane 혹은 derrick crane)이 사용된다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 지브크레인은 기관실에서 붐이 앞으로 쪽 뺀 형태로서, 크레인의 운동은 본체의 선회운동(slewing), 붐의 상승/하강운동(luffing), 화물의 상승/하강운동(hoisting), 그리고 본체가 레일 위를 직선 주행하는 주행운동(traveling) 등이 있다. 그리고 화물을 먼 곳으로부터 가까운 곳으로 옮기기 위해 붐을 상승시키면 로프 끝에 매달린 화물의 높이 역시 따라서 높아지는 특징이 있다 (Sakawa and Nakazumi, 1985; Takagi and Nishimura, 2003; Agostini et al., 2003). 따라서 붐이 상승/하강할 때 화물의 높이를 일정하게 유지시키는 일정높이 러핑기법이 필요하다 (최경배 등, 1997).

크레인의 흔들림제어에 대한 연구결과가 다수 발견되고 있다. 홍금식 등 (1997a)은 컨테이너 크레인의 흔들림제어를 위한 모델링 및 제어전략에 대하여 제안하였고, 이진우 등(1998)은 2차원 크레인에서 서보제어기를 이용하여 크레인의 흔들림을

제어하는 연구를 수행하였다. 손유식과 김영복(2000)은 컨테이너 크레인의 스프레더에 편심을 이용한 흔들림 방지장치를 제안하여 흔들림제어를 하였고, 김영복(2001), 이종규와 이상룡(2000)은 비선형 제어를 이용하여 천정크레인의 흔들림제어에 대한 연구를 수행하였다. 박찬훈 등(2000)은 보조로프를 이용한 야드크레인의 흔들림 방지장치에 대하여 연구하였고, 신선근 등(2000)은 계층구조 퍼지제어기를 이용하여 컨테이너크레인의 하역효율을 높이기 위한 연구를 수행하였다.

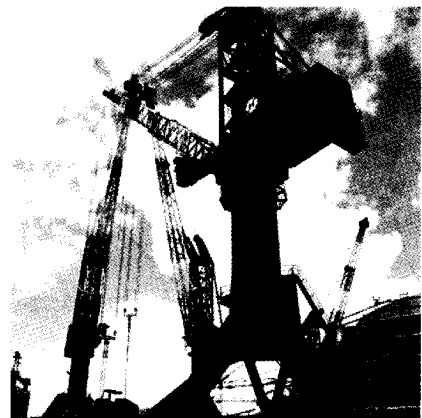


Fig. 1 Jib crane in a harbor

제1저자 강민우 연락처: 부산광역시 금정구 장전동 산 30번지  
051-510-1481 mwkang@pusan.ac.kr

컨테이너크레인 혹은 천정크레인의 시간최적제어에 관한 연구도 활발히 진행되었다. Sakawa and Shindo(1982)는 트롤리 움직임을 다섯 개의 구간으로 나누었고, 2차 cost function을 최소화하는 최적속도 기준제어를 제안하였다. 홍금식 등 (1997b)은 컨테이너 크레인의 속도선도를 다섯 가지로 나누었고, 각각의 선도에 대한 이동시간 및 흔들림을 비교하였다. 홍금식(1999), Hong et al. (2000)은 시간최적제어를 이용하여 목표지점까지 도착한 뒤 모델링 오차, 외란 등에 의해 생기는 잔류흔들림을 비선형 제어기를 이용하여 흔들림을 최소화하는 연구를 수행하였다. Auernig and Troger (1987)은 간단한 모델을 사용하여 사선으로 움직이는 크레인에 대한 시간최적제어기를 제안하였고, Singhose et al. (2000)은 크레인의 입력다듬 제어, Hong et al. (2003)은 명령다듬제어를 이용하여 크레인의 흔들림을 최소화하면서 빠르게 목표점을 찾아가게끔 하였다. 그러나 본 논문에서 다루고자 하는 지브크레인의 시간최적제어에 관하여서는 저자들이 판단하건데 국내의를 막론하고 본 논문이 최초일 것으로 사료된다.

본 논문은 지브크레인을 이용한 화물의 이송시 일정높이 러핑에 바탕을 둔 최단시간이송 및 흔들림제어(sway control)에 관한 연구를 수행하였다. 일차적으로, 본체의 선회 및 주행없이 단지 붐이 상승/하강하는 시스템으로 한정하고 화물의 일

정높이 러핑을 하기 위하여 기구학을 통한 운동방정식을 유도하였다 (최경배 등, 1997). 그 다음에 초기 위치에서 또 다른 일정높이의 위치로 이송시키는 데 흔들림이 없이 최단시간 내에 이송하고자 하는 제어기설계에 초점을 맞추었다. 이는 붐 끝의 수평방향의 가속도인 상승/하강 가속도를 제어입력으로 하고, 이 제어입력을 이용하여 최단시간에 붐의 최대 상승/하강 속도에 이르도록 하며 최대속도에 이른 후 화물의 흔들림이 0에 수렴할 수 있도록 하는 최적의 시간을 구하는 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서 지브크레인의 제어를 위한 시스템 모델을 Newton의 운동법칙을 이용하여 구한다. 3절에서는 2절에서 구해진 운동방정식을 토대로 최단시간에 화물이 목표위치에 도달하도록 하는 시간최적제어기를 설계한다. 4절에서 시간최적제어에 대한 시뮬레이션을 수행하고, 마지막으로 5절에서 결론을 기술한다.

## 2. 시스템 모델링

Fig. 3은 지브크레인의 평면운동에 대해서 나타내고 있다. 본 논문에서는 붐의 상승/하강 시 화물의 흔들림 현상 및 크레인 구조물에 대하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 화물은 평면운동만을 한다고 가정한다. 즉, 화물의 흔들림은 붐과 화물이 이루는 평면 안에서만 발생한다고 가정한다.
- 2) 구조물의 탄성변형은 무시할 수 있을 정도로 작다.
- 3) 화물은 질점으로 가정하며, 탄성(flexibility) 및 로우프의 질량은 무시한다.

우선, 화물의  $(y, z)$ 좌표표를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = L_B \cos \theta + l \sin \phi \tag{1}$$

$$z = L_B \sin \theta - l \cos \phi \tag{2}$$

여기서  $\theta$ 는 붐과 수평면을 이루는 각,  $\phi$ 는 화물의 흔들림각,  $L_B$ 는 붐의 길이,  $l$ 은 B점에서 화물까지 로우프의 길이를 나타낸다. 식 (1), (2)를 시간에 대해 두 번 미분하면 다음과 같다.

$$\ddot{y} = -L_B \ddot{\theta}^2 \cos \theta - L_B \ddot{\theta} \sin \theta + \dot{l} \sin \phi + 2\dot{l} \dot{\phi} \cos \phi + l \ddot{\phi} \cos \phi - l \dot{\phi}^2 \sin \phi \tag{3}$$

$$\ddot{z} = -L_B \ddot{\theta}^2 \sin \theta + L_B \ddot{\theta} \cos \theta - \dot{l} \cos \phi + 2\dot{l} \dot{\phi} \sin \phi + l \ddot{\phi} \sin \phi + l \dot{\phi}^2 \cos \phi \tag{4}$$

또한, 삼각형 OAB에서 cosine 제 2법칙을 이용하면

$$\cos \left( \alpha + \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \frac{d^2 + L_B^2 - L_b^2(\theta)}{2dL_B} \tag{5}$$

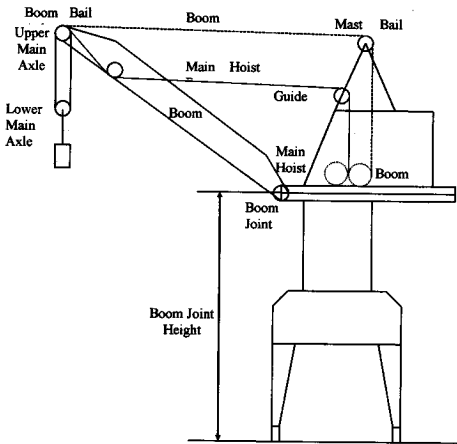


Fig. 2 Schematic diagram of a jib crane

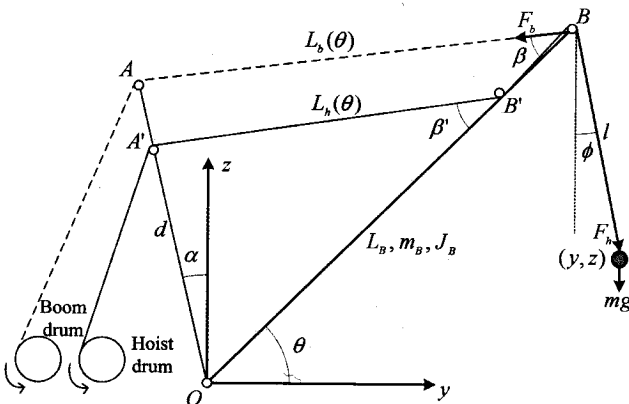


Fig. 3 Plane motion of a jib crane

이 된다. 여기서  $\alpha$ 는 선분 AO와 수직선이 이루는 각도,  $d$ 는 선분 AO의 길이,  $L_b(\theta)$ 는 선분 AB의 길이를 나타낸다. 식 (5)의 양변을 미분하여 정리하면

$$\dot{L}_b(\theta) = -\frac{L_B d}{L_b(\theta)} \sin(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta) \quad (6)$$

이 얻어지고, sine 법칙을 이용하여  $\sin\beta$ 에 대해 정리하면

$$\sin\beta = \frac{d}{L_b(\theta)} \sin(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta) \quad (7)$$

이 된다. 여기서  $\beta$ 는 선분 AB와 붐이 이루는 각도이다. 식 (6)과 (7)을 연립하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\sin\beta = -\frac{1}{L_B} \dot{L}_b(\theta) \quad (8)$$

이제 화물의  $y-z$ 평면상의 운동과 붐 및 호이스트-드럼의 회전운동, 그리고 붐의 O점을 중심으로 한 회전운동을 Newton 제 2법칙을 이용하여 구하면 다음의 운동방정식이 얻어진다.

$$m\ddot{y} = -F_h \sin\phi \quad (9)$$

$$m\ddot{z} = F_h \cos\phi - mg \quad (10)$$

$$J_B \ddot{\theta} = -m_B g L_c \cos\theta + L_B F_b \sin\beta - L_B \cos\theta F_h \cos\phi - L_B \sin\theta F_h \sin\phi \quad (11)$$

여기서  $m$ 은 화물의 질량,  $m_B$ 는 붐의 질량이고,  $J_B$ 는 O점을 중심으로 한 붐의 질량관성모멘트,  $L_c$ 는 O점에서 붐의 무게 중심까지의 거리를 나타낸다. 식 (9)~(11)에서 제어입력은  $F_b, F_h$ 이다.  $F_b$ 는 붐 각  $\theta$ 를 변화시키는 제어입력이고,  $F_h$ 는 붐 끝에서 화물까지의 거리인  $l$ 을 변화시키는 제어입력이다. 이제 기구학적 구속조건들인 식 (3), (4)를 활용하여  $\theta, l, \phi$  좌표계의 독립적인 운동방정식을 유도하여 흔들림에 대한 관계식,  $F_h$  및  $F_b$ 에 대한 관계식을 구하도록 한다.

먼저 기구학적 관계식을 이용하여  $\ddot{\theta}_b$  및  $\ddot{\theta}_h$ 의  $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$  과의 관계식을 나타내면 다음과 같다. 그리고 본 기구학은 실제 jib 크레인의 로프 수를 바탕으로 하였기 때문에 붐의 상승/하강을 위해 로프 12개, 호이스팅을 위한 로프 4개를 사용한다. 본문에서는 그 중에 각각 1개의 로프에 대하여 나타내었다.

$$L_b(\theta) = L_b(\theta_0) - \frac{r_b(\theta_b - \theta_{b0})}{12} \quad (12)$$

$$l = l_0 - \frac{1}{4}(L_h(\theta) - L_h(\theta_0)) - \frac{r_h}{4}(\theta_h - \theta_{h0}) \quad (13)$$

여기서  $\theta_0, \theta_{b0}, \theta_{h0}, l_0$ 는 초기상태의 고정된 값(fixed value)을 의미한다. 그리고 위 식들을 시간에 대해 미분하면 각각 다음과 같다.

$$\dot{L}_b(\theta)\dot{\theta} = -\frac{r_b\dot{\theta}_b}{12} \quad (14)$$

$$\dot{l} = -\frac{\dot{L}_h(\theta)\dot{\theta}}{4} - \frac{r_h\dot{\theta}_h}{4} \quad (15)$$

다시 한 번 미분하면 다음이 얻어진다.

$$\ddot{L}_b(\theta)\dot{\theta}^2 + \dot{L}_b(\theta)\ddot{\theta} = -\frac{r_b\ddot{\theta}_b}{12} \quad (16)$$

$$\ddot{l} = -\frac{\ddot{L}_h(\theta)\dot{\theta}^2}{4} - \frac{\dot{L}_h(\theta)\ddot{\theta}}{4} - \frac{r_h\ddot{\theta}_h}{4} \quad (17)$$

이제, 식 (16)을  $\ddot{\theta}_b$ 에 대해서 풀어쓰면 다음과 같다.

$$\ddot{\theta}_b = \frac{12}{r_b} (\ddot{L}_b(\theta)\dot{\theta}^2 + \dot{L}_b(\theta)\ddot{\theta}) \quad (18)$$

또한 점 B부터 화물까지의 로우프 길이에 대한 관계식에서 화물의 흔들림각도  $\phi$ 는 실제적으로 충분히 작다고 가정할 수 있으므로  $\cos\phi \approx 1, \sin\phi \approx \phi$ 로 근사화 한 관계식은 다음과 같다.

$$l = L_B \sin\theta - z \quad (19)$$

식 (19)를 시간에 대해 두 번 미분하면

$$\ddot{l} = -L_B \dot{\theta}^2 \sin\theta + L_B \ddot{\theta} \cos\theta - \ddot{z} \quad (20)$$

이 얻어진다. 식 (17)과 (20)을 연립하면

$$\begin{aligned} & -L_B \dot{\theta}^2 \sin\theta + L_B \ddot{\theta} \cos\theta - \ddot{z} \\ & = -\frac{\ddot{L}_h(\theta)\dot{\theta}^2}{4} - \frac{\dot{L}_h(\theta)\ddot{\theta}}{4} - \frac{r_h\ddot{\theta}_h}{4} \end{aligned} \quad (21)$$

이 되고,  $\ddot{\theta}_h$ 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_h = & -\frac{1}{r_h} [(4L_B \cos\theta + \dot{L}_h(\theta))\ddot{\theta} \\ & + (4L_B \sin\theta - \dot{L}_h(\theta))\dot{\theta}^2 + 4\ddot{z}] \end{aligned} \quad (22)$$

(i) 먼저 화물에 걸리는 장력  $F_h$ 를 구해 보자. 식 (9)에  $-\sin\phi$ , 식 (10)에  $\cos\phi$ 를 곱하고 두 식을 서로 더한 뒤  $F_h$ 에 대해 쓰면 다음과 같다.

$$F_h = m(\ddot{z}\cos\phi - \ddot{y}\sin\phi + g\cos\phi) \quad (23)$$

식 (23)에 식 (3) 및 (4)를 대입하면  $F_h$ 가 구해진다.

$$F_h = m[L_B\dot{\theta}^2\sin(\phi - \theta) + L_B\ddot{\theta}\cos(\phi - \theta) - \ddot{l} + l\dot{\phi}^2\sin\phi + g\cos\phi] \quad (24)$$

(ii) 붐에 걸리는 장력  $F_b$ 을 구해보도록 하자. 식 (9)에 식 (3)을 대입하고, 식 (10)에 식 (4)를 대입한 뒤 두 식을 식 (11)에 대입하여  $F_b$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$F_b = \frac{1}{L_B\sin\beta} [J_B\ddot{\theta} + m_B g L_c \cos\theta + L_B m (L_B \ddot{\theta} - \ddot{l} \cos(\phi - \theta) + 2l\dot{\phi}\sin(\phi - \theta) + l\dot{\phi}^2\sin(\phi - \theta) + l\dot{\phi}^2\cos(\phi - \theta) + g\cos\theta)] \quad (25)$$

(iii) 마지막으로 흔들림  $\phi$ 에 관한 식을 구해보자. 식 (10)을  $F_h$ 에 대하여 풀어쓴 뒤 식 (9)에 대입하면 다음과 같다.

$$m\ddot{y} = \frac{-m(\ddot{z} + g)\sin\phi}{\cos\phi} \quad (26)$$

식 (26)에 식 (3), (4)를 대입하면

$$-L_B\dot{\theta}^2\cos(\phi - \theta) - L_B\ddot{\theta}\sin(\phi - \theta) + 2l\dot{\phi} + l\ddot{\phi} + g\sin\phi = 0 \quad (27)$$

이 얻어진다. 화물의 흔들림각도  $\phi$ 는 실제로 충분히 작다고 가정할 수 있으므로  $\cos\phi \approx 1, \sin\phi \approx \phi$ 로 근사화할 수 있다. 또한  $\phi^\alpha\phi^\beta$  ( $\alpha \geq 0, \beta \geq 0, \alpha + \beta \geq 2$ )의 형태로 표시되는 모든 항들은 선형화하면 사라지게 된다. 따라서 식 (24), (25) 그리고 (27)을 다음과 같이 단순화시킬 수 있다.

$$F_h = m[L_B(\dot{\theta}\cos\theta)' + L_B\phi(\dot{\theta}\sin\theta)' + g - \ddot{l}] \quad (28)$$

$$F_b = \frac{1}{L_B\sin\beta} [(J_B + mL_B^2)\ddot{\theta} - mL_B\ddot{l}\cos\theta - mL_B(l\phi)''\sin\theta + (m_B L_c + mL_B)g\cos\theta] \quad (29)$$

$$l\ddot{\phi} + 2l\dot{\phi} + [L_B(\dot{\theta}\cos\theta)' + g]\phi = L_B(\dot{\theta}\sin\theta)' \quad (30)$$

여기서 ( $'$ )는  $\frac{d(\ )}{dt}$ 를 의미한다.

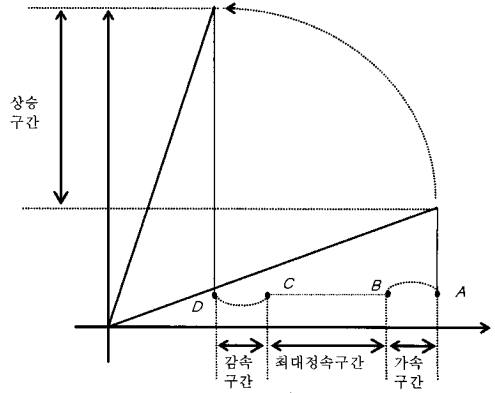


Fig. 4 Velocity pattern: acceleration, maximum speed, deceleration

### 3. 시간최적제어

#### 3.1 제어전략

붐 및 화물의 대략적인 이동궤적을  $y-z$ 평면에 그려보면 Fig. 4와 같다. 화물을 목표지점에 도달하기 위해 붐을 상승시키면 화물의 높이 유지를 위해 호이스트드럼은 붐의 회전에 대한 화물의 고도 변화를 항상 보상해야 한다.

화물을 A 지점에서 D 지점으로 이동시키고자 할 때 붐의 상승구간을 그림과 같이 가속구간→최대정속구간→감속구간으로 나누어 붐을 최단시간 내에 목표위치에 이르게 하되, 화물의 흔들림이 없도록 한다.

(i) A-B (가속구간): 붐 끝의 수평방향의 속도( $\dot{y}_B$ )를 가속하는 구간이다. B점에 도달하는 순간 화물의 흔들림각  $\phi$  및 흔들림 각속도  $\dot{\phi}$ 은 0에 수렴해야하고  $\dot{y}_B$ 는 최대속도인  $v_{max}$ 가 되어야 한다.

(ii) B-C (최대정속구간): 최대 luffing 속도인  $v_{max}$ 로 운전하는 구간이다. 정속운동 구간이므로 B점에서 화물의 흔들림각 및 흔들림 각속도가 0이면 C점까지 흔들림각 및 흔들림 각속도가 0으로 유지된다.

(iii) C-D (감속구간): 화물의 목표지점에 도달하기 위해 감속하는 구간이다. A-B구간의 역순으로 감속하며 로우프 길이가 A-B구간보다 길므로 감속 시간은 가속시간보다 커지게 된다.

가속 및 감속시간은 다음절에서 설명하는 시간최적제어 문제를 수치해석을 이용하여 풀 수 있다.

#### 3.2 시간최적제어

화물의 흔들림이 작다고 가정하면 식 (4)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\ddot{z} = (L_B\dot{\theta}\cos\theta)' - \ddot{l} \quad (31)$$

또한, 일정높이 러핑이 이루어질 때  $\ddot{z} = 0$  이므로 식 (31)은

$$(L_B \dot{\theta} \cos \theta)' = \ddot{l} \quad (32)$$

이 된다. 식 (31)을 이용하여 식 (28)~(30)을 다시쓰면 다음과 같다.

$$F_h = m[\phi(L_B \dot{\theta} \sin \theta)' + g] \quad (33)$$

$$F_b = \frac{1}{L_B \sin \beta} [(J_B + mL_B^2) \ddot{\theta} - mL_B \ddot{l} \cos \theta - mL_B (l\phi)'' \sin \theta + (m_B L_c + mL_B) g \cos \theta] \quad (34)$$

$$l\ddot{\phi} + 2\dot{l}\dot{\phi} + (\ddot{l} + g)\phi = L_B (\dot{\theta} \sin \theta)' = \ddot{y}_B \quad (35)$$

여기서  $\ddot{y}_B$ 는 붐 끝 점 B의 y축 방향 가속도를 나타낸다. 따라서 화물의 흔들림 현상을 나타내는 식 (35)는 시변(time-varying) 시스템으로 제어입력은 B점의 y축방향 가속도가 됨을 알 수 있다.

이제, 제어입력을  $u$ 로 표시하고 흔들림제어와 시간최적제어 방법을 사용하기 위해 식 (35)를 다음과 같이 나타낸다 (Kirk, 1970).

$$\ddot{y}_B = u(t) \quad (36)$$

$$l\ddot{\phi} + 2\dot{l}\dot{\phi} + (\ddot{l} + g)\phi = u(t) \quad (37)$$

상태변수를 다음과 같이 정의한다.

$x_1 = \phi$ : 화물의 흔들림 각도

$x_2 = \dot{\phi}$ : 화물의 흔들림 각속도

$x_3 = \dot{y}_B$ : 붐 끝의 y방향의 속도

위에 나타난 상태변수를 이용하여 상태방정식으로 나타내면

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\ddot{l}+g}{l} & -\frac{2\dot{l}}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \frac{1}{l} u(t) \end{aligned} \quad (38)$$

이 된다. 가속시간과 감속시간을 구하는 방법은 동일하므로 가속시간을 구하는 경우에 대해서만 설명하기로 한다.

이제 가속 초기시간을 0 최종시간을  $t_f$ 라 할 때 시간최적제어 문제는 성능지수

$$J = \int_0^{t_f} dt \quad (39)$$

를 최소화하고 경계조건을 만족해야 한다.

$$x(0) = \begin{bmatrix} \phi(0) \\ \dot{\phi}(0) \\ y_B(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x(t_f) = \begin{bmatrix} \phi(t_f) \\ \dot{\phi}(t_f) \\ y_B(t_f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{\max} \end{bmatrix} \quad (40)$$

즉, 위에 나타난 두 경계조건을 만족하는 최적입력  $u^*(t)$ 을 구하는 문제가 된다. 또한 최대제어입력을  $M_+$ 라 하고 최소제어입력을  $M_-$ 라 하면 제어입력  $u(t)$ 의 범위는 다음과 같다.

$$M_- \leq u(t) \leq M_+ \quad (41)$$

그리고 Hamiltonian  $H(x(t), u(t), p(t), t)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} H(x(t), u(t), p(t), t) &= 1 + P^T(t)[(A(t)x(t) + b(t)u(t))] \\ &= 1 + p_1(t)x_2(t) + p_3(t)u(t) \\ &\quad - p_2(t)\left(\frac{\ddot{l}+g}{l}x_1(t) + \frac{2\dot{l}}{l}x_2(t) - \frac{u(t)}{l}\right) \end{aligned} \quad (42)$$

여기서  $P(t)$ 는 Lagrange multiplier이며 최적의 값이  $x^*(t), p^*(t), u^*(t)$ 에서 얻어진다고 할 때 이를 얻기위한 필요조건은

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= \frac{\partial H}{\partial p}(x^*(t), u^*(t)) \\ \dot{p}^*(t) &= -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) \\ H(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) &\leq H(x^*(t), u(t), p^*(t), t) \\ &\text{for all admissible } u(t), \text{ and for all } t \in [0, t_f] \end{aligned} \quad (43)$$

의 관계식을 만족하게 된다. 식 (43)을 구해보면

$$\begin{aligned} \dot{p}_1^*(t) &= 0 \quad \frac{\ddot{l}+g}{l} \quad 0 \quad p_1^*(t) \\ \dot{p}_2^*(t) &= -1 \quad \frac{2\dot{l}}{l} \quad 0 \quad p_2^*(t) \\ \dot{p}_3^*(t) &= 0 \quad 0 \quad 0 \quad p_3^*(t) \end{aligned} \quad (44)$$

이 된다. 일정높이 러핑을 위해 줄길이가 변하는 시변시스템이므로 식 (44)를 풀기 위해서는 수치해석기법을 도입해야 한다. 또한 minimum principle에 의해 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} &1 + P^{*T}(t)[(A(t)x^*(t) + b(t)u^*(t))] \\ &\leq 1 + P^{*T}(t)[(A(t)x(t) + b(t)u(t))] \\ &\text{for all admissible } u(t), \text{ and for all } t \in [0, t_f] \end{aligned} \quad (45)$$

정리하면

$$P^{*T}(t)b(t)u^*(t) \leq P^{*T}(t)b(t)u(t) \quad (46)$$

이 되고, 따라서 제어입력  $u^*(t)$ 를 포함하는 항 들 만을 식 (46)으로부터 살펴보면

$$P^{*T}(t)b(t)u^*(t) = \left(\frac{P_2(t)}{l} + p_3(t)\right)u^*(t) \quad (47)$$

이 되어, 최적제어  $u^*(t)$ 를 사용할 때의  $P^{*T}(t)b(t)u^*(t)$ 의 값이 임의의  $u(t)$ 를 사용할 때의  $P^{*T}(t)b(t)u(t)$ 의 값보다 작은 값을 가지기 위해서는  $\frac{P_2(t)}{l} + p_3(t)$ 가 양의 값을 가질 때는  $u(t)$ 가 취할 수 있는 최소값 즉  $M_-$ 를 취하고 음일 때는  $M_+$ 을 취하면 된다. 즉, 최적제어  $u^*(t)$ 는 다음과 같다.

$$u^*(t) = \begin{cases} M_+ & \text{if } \frac{p_2(t)}{l} + p_3(t) < 0, \\ M_- & \text{if } \frac{p_2(t)}{l} + p_3(t) > 0, \\ \text{undetermined} & \text{if } \frac{p_2(t)}{l} + p_3(t) = 0. \end{cases} \quad (48)$$

그러나 식 (54)에 대한 시간최적제어 문제의 해석적인 해를 구하기는 쉽지 않다. 이는 로우프의 길이  $l$ 이 독립적으로 주어지지 않고 화물을 일정높이를 유지하기 위해서 붐각도  $\theta$ 에 대한 함수가 되며 이는 다시 제어입력  $u = \ddot{y}_B$ 에 달려있기 때문이다.

### 3.3 계단형 속도선도

시간최적제어에서 이용되는 속도선도는 다양하게 나타난다. 자세한 내용은 참고문헌 (홍금식 등, 1997b)을 참조하기

바라며, 다양한 속도선도 중에서 본 논문에서는 계단형 속도선도(Fig. 5)를 사용한다. 노치형 속도선도가 최단시간에 운전을 마치는 장점이 있지만, 급격한 가속속도로 인하여 크레인의 안정성에 문제가 생겨서 크레인에 진동을 유발시킬 수 있다. 식 (44)에서 로우프의 길이  $l$ 이 일정하다고 가정할 때 얻어지는 식은 참고문헌 (홍금식 등, 1997b)에 나타나는 식과 정확히 일치한다. 그러나 지브크레인의 경우에는 붐이 회전할 때 화물의 일정높이를 유지하려면 로우프의 길이  $l$ 은 항상 변하기 때문에 시변시스템이 된다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같은 방법으로 제어기를 구성한다.

- 1) 붐끝의  $y$ 방향 속도성분 ( $\dot{y}_B$ )을 Fig. 5와 같은 속도패턴을 따르게 한다. 이는 일정로우프 길이의 경우의 bang/off-bang제어의 속도선도와 같은 모양이다.
- 2) 그러나 가속속시간 ( $T_1, T_2, T_3, T_5, T_6, T_7$ )의 크기는 로우프의 길이변화를 고려하여 수치해석적으로 구한다.

계단형 속도선도를 따르기 위해서  $u(t)$ 의 하한치인  $M_-$ 의 값을 0으로 해야한다. 그러면  $M_-$ 를  $M_-$ 로 하는 노치형 속도선도보다 급격한 가속 및 감속으로 인한 크레인에 발생시키는 진동을 줄일 수 있다. 처음  $T_1$ 시간 동안 가속하고 다음에는  $T_2$ 시간 동안 정속운전하며 다시  $T_3$ 시간 동안 가속하면 최대 상승/하강 속도에 이르게 된다. 최대정속구간에 이르게 되면  $T_4$ 시간 동안 최대속도로 크레인을 운전하게 되며 감속구간에 이르게 되면 가속구간의 역순으로 감속하면 된다.

### 3.4 제어입력시간

수치해석기법을 이용하여 가속구간에 해당하는  $T_1, T_2$  그리고  $T_3$ 값을 구해보도록 한다. 감속하는 경우는 가속하는 경우의 역순이므로 구하는 방법은 동일하다. 그러므로 가속구간에 대해서만 설명하도록 한다. 우선 다음과 같은 경계조건들이 성립함을 알 수 있다.

$$(T_1 + T_3)M_+ = (\dot{y}_B)_{\max} = v_{\max}, \quad (49)$$

$$\phi(T_1 + T_2 + T_3) = 0, \quad (50)$$

$$\dot{\phi}(T_1 + T_2 + T_3) = 0. \quad (51)$$

$M_+$  및  $v_{\max}$ 는 크레인 규격으로 주어지므로  $T_1 + T_3 = \frac{v_{\max}}{M_+} = T_{fixed}$ 이 성립한다. 본 논문에서는  $M_+$ 를  $v_{\max}$ 의 1/3으로 가정하였다. 따라서

$$T_1 + T_3 = 3 \quad (52)$$

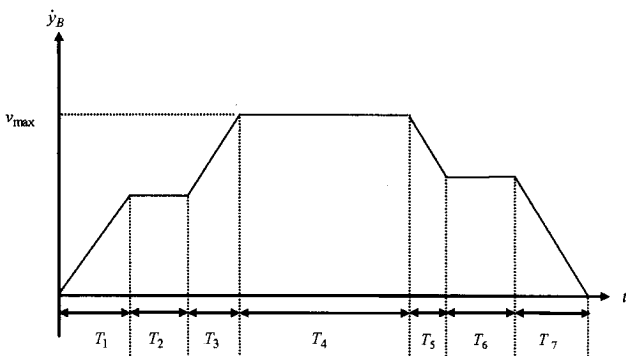


Fig. 5 A stepped velocity pattern

이 된다. 식 (52)을 살펴보면  $T_1$ 을 0초에서 3초까지 증가시키면  $T_3$ 는 역으로 3초에서 0초로 감소함을 알 수 있다. 수치해석의 목적은 오차가

$$Error = \phi(T_1 + T_2 + T_3) + \dot{\phi}(T_1 + T_2 + T_3) \quad (53)$$

로 정의될 때, 오차가 0이 되는  $T_1, T_2$  및  $T_3$  값을 구하는 것이다. 이는 가속을 마친 직후 화물의 흔들림과 및 가속도가 0이 되어야 함을 의미한다. 또한 식 (44)를 살펴보면 가속을 마친 직후  $y_B$ 이 최대속도에 도달함을 알 수 있다.

### 4. 시뮬레이션

지브크레인의 시스템 모델링을 통한 운동방정식을 바탕으로 하여 시간최적제어를 설계하였고, 설계된 제어기법을 바탕으로 MATHWORK사의 MATLAB을 사용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에 사용되어진 시스템의 파라미터 값들은 다음과 같다.

$$m = 2038.7 \text{ kg}, m_B = 6116.2 \text{ kg}, J_B = 10^6 \text{ kg m}^2, \\ d = 18.750 \text{ m}, L_B = 70.250 \text{ m}, L_B = 47 \text{ m}, \\ L_c = 35.125 \text{ m}, \alpha = 27.8^\circ$$

그리고 주어진 시뮬레이션 조건은 다음과 같다.

$$\text{초기위치: } (y_i, z_i) = (40 \text{ m}, 48 \text{ m}) \\ \Rightarrow \text{최종위치: } (y_f, z_f) = (20 \text{ m}, 48 \text{ m}).$$

Fig. 6에서는 위의 파라미터 및 조건을 가지고 수행한 시간 최적제어의 시뮬레이션 결과를 보여준다. (b)에서 보듯 가속도 스텝입력에 대하여 계단형 속도선도를 나타내고, 가속을 마친 후 붐 끝의 속도가 최대속도에 도달했으며 감속을 마친 후 붐 끝의 속도가 0이 됨을 알 수 있다. (a)에서 시간최적제어에 따라서 가속과 감속이 될 때 흔들림이 한 주기동안 이루어지고 등속구간과 목표지점에 도달했을 때 화물의 흔들림이 거의 0이 됨을 알 수 있다. (c)는 화물의  $(y, z)$ 좌표를 나타내는데, 붐이 움직임에 따라 화물의 고도가 일정하게 유지됨을 보여주고 있으며 (d)는 붐의 회전각을 나타낸다. (e)는 붐을 지지하기 위한 로프의 장력을 나타내고, (f)는 호이스팅 로프의 장력을 나타낸다. 여기서 호이스팅 로프의 장력이 일정하게 유지되는 것은 화물이 일정높이러평에 의해서 높이 변화가 없으므로 위치 에너지의 변화가 없기 때문이다. (g), (h)는 각각 붐 드럼과 호이스트 드럼의 각도를 나타낸다.

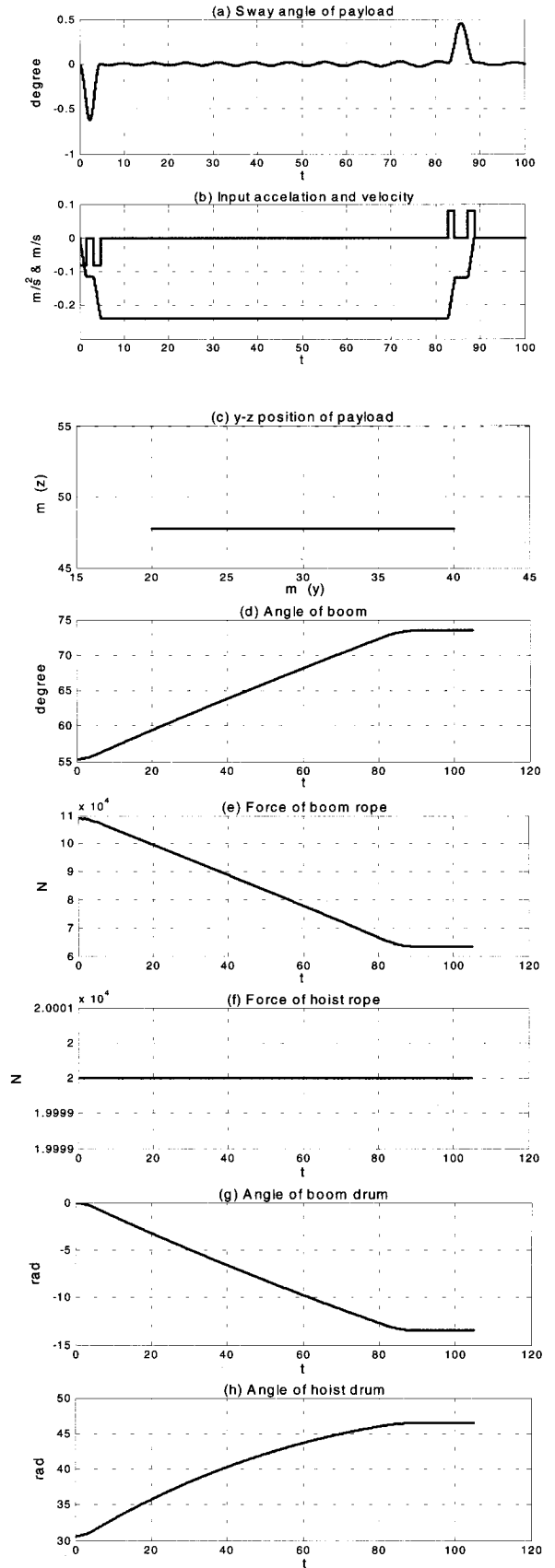


Fig. 6 Time optimal control simulation

## 5. 결 론

본 논문은 항만에서 사용되는 지브크레인의 운전에서 화물의 고도를 일정하게 유지하고 또한 흔들림을 제어하기 위한 연구이다. 이러한 두 가지의 중요한 문제점을 해결 위해 본 연구에서는 먼저 일정높이 러핑을 위한 기구학식을 바탕으로 Newton 제2법칙을 이용하여 크레인의 동역학식을 유도하였다. 동역학 식을 바탕으로 시간최적제어기를 설계하는데 화물의 흔들림 각과 각속도를 상태변수로 두고, 붐 끝의  $y$ 방향 가속도를 제어입력으로 사용하였다. 그리고 지브크레인의 안정성을 고려하여 노치형 속도선도보다 계단형 속도선도를 이용하였다. 본 시스템은 화물의 고도를 일정하게 유지하기 위해 붐 끝에서 화물까지의 로우프 길이가 항상 변하게 되므로 시변시스템이다. 시변시스템에서의 제어입력시간을 구하기 위해 수치해석 기법을 이용하였으며, 시뮬레이션 결과에서 나타난 바와 같이 화물의 흔들림이 가속 및 감속직후 0에 수렴함을 알 수 있다. 지브크레인은 안정성에 대한 문제로 다른 크레인에 비해 운전 속도가 느리고, 그로 인한 흔들림각이 작았다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실사업 (과제번호: M1-0302-00-0039-03-J00-00-023-10)의 지원에 의하여 수행되었습니다. 본 논문을 심사하면서 좋은 의견을 주신 심사위원님께 깊이 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- 김영복 (2001). "Gain-Scheduling 기법을 이용한 크레인의 흔들림제어에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제18권, 제7호, pp 53-64.
- 박찬훈, 박경택, 김두형 (2000). "보조로프를 이용한 젠트리크레인의 흔들림제어에 관한 연구", 한국정밀공학회 춘계학술대회논문집, pp 343-346.
- 손유식, 김영복 (2000). "컨테이너 크레인의 흔들림 방지장치 개발에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제14권, 제4호, pp 35-42.
- 신선근, 최재준, 소명옥 (2000). "하역효율 향상을 위한 컨테이너 크레인의 제어기 설계", 한국박용기관학회지, 제24권, 제4호, pp 502-508.
- 이종규, 이상룡 (2000). "비선형 천정 크레인시스템의 위치제어 알고리즘 개발", 한국정밀공학회지, 제17권, 제4호, pp 142-147.
- 이진우, 여태경, 안휘웅, 김상봉 (1998). "2자유도 서보제어기를 이용한 크레인의 Anti-Sway 제어", 한국해양공학회지, 제12권, 제4호, pp 17-23.
- 최경배, 홍금식, 이만형 (1997). "JIB 크레인의 Constant-Level

- Luffing과 시간최적제어", 한국자동제어학술회의 논문집, pp 1788-1791.
- 홍금식, 손성철, 이만형 (1997a). "컨테이너 크레인의 흔들림제어 (part I): 모델링, 제어전략, 기준선도를 통한 오차 피드백 제어", 제어.자동화.시스템공학논문지, 제3권, 제1호, pp 23-31.
- 홍금식, 손성철, 이만형 (1997b). "컨테이너 크레인의 흔들림제어 (part II): 트롤리 주행속도 조절을 통한 진자운동의 제어", 제어.자동화.시스템공학논문지, 제3권, 제2호, pp 132-138.
- 홍금식 (1999). "컨테이너 기중기의 제어: 수정된 시간최적주행과 비선형 잔류흔들림 제어", 제어.자동화.시스템공학논문지, 제5권, 제5호, pp 630-639.
- Agostini, M.J., Parker, G.G., Schaub, H., Groom, K. and Robinett, R.D. (2003). "Generating Swing-Suppressed Maneuvers for Crane Systems With Rate Saturation", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol 11, No 4, pp 471-481.
- Auernig, J.W. and Troger, H. (1987). "Time Optimal Control of Overhead Cranes with Hoisting of the Load", Automatica, Vol 23, No 4, pp 437-446.
- Hong, K.S., Park, B.J. and Lee, M.H. (2000). "Two-Stage Control of Container Cranes", JSME International Journal, Series C, Vol 43, No 2, pp 273-282.
- Hong, K.T., Huh, C.D., and Hong, K.S. (2003). "Command Shaping Control for Limiting the Transient Sway Angle of Crane Systems", International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol 1, No 1, pp 43-53.
- Kirk, D.E. (1970). Optimal Control Theory: an Introduction, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Sakawa, Y. and Shindo, Y. (1982). "Optimal Control of Container Cranes", Automatica, Vol 18, No 3, pp 257-266.
- Sakawa, Y. and Nakazumi A. (1985). "Modeling and Control of a Rotary Crane", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol 107, pp 200-206.
- Singhose, W., Porter, L., Kenison, M. and Kriikku, E. (2000). "Effects of Hoisting on the Input Shaping Control of Gantry Cranes", Control Engineering Practice, Vol 8, No 10, pp 1159-1165.
- Takagi, K. and Nishimura, H. (2003). "Control of a Jib-Type Crane Mounted on a Flexible Structure", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol 11, No 1, pp 32-42.

2004년 7월 5일 원고 접수

2004년 12월 31일 최종 수정본 채택