

로프각이 화물의 진자운동에 미치는 영향: 설계력의 계산

신장용* · 박영현* · 고성희** · 홍금식**

*대우조선해양(주)

**부산대학교 기계공학부

Effects of Fleet-Angle on Sway Motions of a Cargo: Design Force Calculation

JANG-RYONG SHIN*, YONG-HYUN PARK*, SUNG-HEE GOH** AND KEUM-SHIK HONG**

*Daewoo Shipbuilding and Marine Engineering Ltd., Geoeji, Korea

**School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan, Korea

KEY WORDS: Design Force 설계력, Amplification Coefficient 증폭계수

ABSTRACT: Over the last 10 years, significant changes have taken place in the world of container shipping. The size and the speed of the quay-side crane have been increased considerably. As a result, the stiffness of a crane is decreased and the sway oscillation of cargo may become violent. The purpose of this paper is to determine the design force caused by the sway oscillation of the cargo, lifted by four ropes, with an initial fleet angle, and the governing equations of the lifting system for an anti-sway control system design.

1. 서 론

운송비를 절약하기 위해 선박이 대형화됨에 따라서 각국 항만은 이러한 대형 선박을 유치하고 또한 선박의 체류시간을 줄이기 위해 고속 대형 크레인을 갖추게 되었다 (Hubert, 1996). 크레인의 고속 대형화됨에 따라서 과거 저속 소형 크레인에서 중요하지 않았던 여러 가지 영향들을 가져왔는데 대표적인 것이 대형화로 인한 크레인의 강성 저하와 고속화로 인한 화물의 흔들림폭의 증대이다. 이 두 가지 영향 모두 크레인의 작업성을 감소시킨다. 이로 인해서 최근 각국 컨테이너터미널들은 컨테이너크레인의 작업성을 좋게 하기 위해서 크레인의 동적변위에 대한 제약조건을 강화하고 있는 추세이다. 구체적으로 두 가지 조건이 제시되고 있는데 다음과 같다.

1) 엔티스웨이(anti-sway) 장치가 작동되지 않는 상태에서 트롤리가 최대 중량의 컨테이너를 인양하고 최고 속력으로 주행하다 급정거 하였을 때 붐 끝단(maximum outreach)에서 발생하는 수평변위(horizontal displacement)

2) 트롤리가 붐 끝단에서 정지상태에서 최대 중량의 컨테이너를 최고 속력으로 인양하다가 갑자기 인양을 멈췄을 때 발생하는 붐 끝단의 수직변위(vertical displacement)

과거의 저속 소형 크레인에서 위와 같은 제약조건은 특별한 대책 없이도 만족되어 왔으나, 포스트-파나마스급 컨테이너크

레인이 도입되면서 이 제약조건은 중요한 설계변수로 되고 있다. 저속 소형 크레인에서처럼 크레인 설계자들은 이러한 동적 효과로 기인한 설계력으로 평균 관성력을 사용해왔다. 이로 인해서 계산치와 실제 거동 사이에 대단히 큰 차이를 보여왔고 결국 구매자와 제작자 사이에 적지 않은 논쟁의 대상이 되어 왔다. 실제로 설계자들의 이와 같은 개념은 오직 화물의 진자운동을 제어하기 위한 적절한 제어장치(anti-sway device)가 작동 될 때에만 타당하게 된다(Auernig and Troger, 1987; David, 1989; Marttinen et al., 1990; 홍금식 등, 1997a,b; 신장용, 1998; 이진우 등, 1998; Rahn et al., 1999; 홍금식, 1999; 손유식과 김영복, 2000; 이종규와 이상룡, 2000; Hong et al., 2000; Singhose et al., 2000; Fang et al., 2003; Hong et al., 2003; Kim et al., 2004) 그러나 이러한 제어장치들이 크레인에 탑재되어 있어도 이를 사용하는 일은 거의 없다. 그러므로 제어장치가 설치된 경우에도 평균 관성력을 사용해서는 안된다.

설계자들이 평균 관성력을 설계력으로 사용하는 이유는 정확한 설계력을 결정할 수 없기 때문이다. FEM1,001(1987)을 제외한 어떤 크레인 관련 규정에도 이와 같은 설계력을 언급한 것은 없다. 더욱이 FEM1,001의 규정을 사용해도 포스트 파나마스급 크레인에서는 약 2배 이상 차이를 보인다는 것을 실제 관측을 통해서 알 수 있었다 (신민생, 1995).

본 논문은 이러한 설계력을 결정하기 위해서 수행되었다. 그리고 본 논문의 선행논문에서 인양로프의 로프각은 화물의 진자운동에 주요한 영향을 미친다는 것을 보였다. 대부분의 제어 이론에서는 이러한 영향이 무시되어 왔는데 이를 고려한 운동

제1저자 신장용 연락처: 경상남도 거제시 아곡동 1
055-680-5536 jrshin@dsmc.co.kr

방정식이 유도되었다. FEM1,001에서도 로프각의 영향이 고려하지 아니하였지만 본 연구에서는 이를 고려하였고 로프각이 0 이라면 FEM1,001의 규정과 정확히 일치한다. 따라서 본 연구의 결과는 FEM1,001의 규정을 보다 정확해진 것이다. 그리고 그 결과는 실제 현장관측을 통해서 검증되었다.

2 운동방정식

2.1 비선형 방정식

서론에서 언급한 설계조건 1)과 같이 트롤리와 인양화물이 정격속도 V 로 등속운동을 하다가 어느 순간 제동력이 작용하는 경우를 고려해 보자. 이 상태는 화물을 인양하고 목표위치까지 이동할 때 최소한 한 번은 발생하는 상황이고 가장 좋지 않은 경우에 해당된다. 이 경우에 인양화물과 트롤리 사이에 상대운동이 발생하게 되는데 Fig. 1은 이러한 상태를 나타낸다. 이 그림으로부터 인양화물의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$-T_1 \sin \beta - T_2 \sin \gamma = m x_c, \quad (1)$$

$$T_1 \cos \beta + T_2 \cos \gamma - mg = m y_c, \quad (2)$$

$$[T_1 \cos(\beta + \phi) - T_2 \cos(\gamma + \phi)]a/2 = J\phi. \quad (3)$$

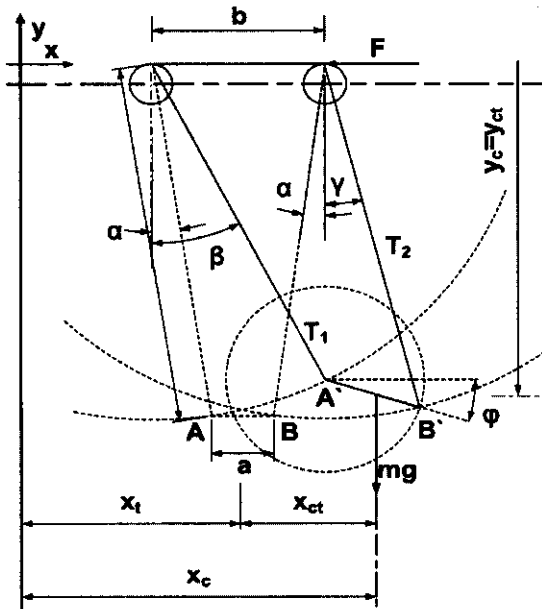


Fig. 1 Hoisting system

여기서 T_1 과 T_2 는 인양로프의 장력을 나타내고 m 은 인양화물의 질량, J 는 인양화물의 관성모멘트이고 x_c 는 임의로 설정된 관성기준계에서 측정된 인양화물의 수평좌표, y_c 는 수직좌표, ϕ 는 피칭각을 나타낸다. β , γ 는 각각 좌측과 우측 로프의 흔들림각을, a 는 인양화물의 공칭길이를 나타내고, g

는 중력가속도이다. x_c , y_c 및 ϕ 는 각각 인양화물의 수평, 수직 및 피칭 가속도를 나타낸다. 그리고 트롤리의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M t x_t = T_1 \sin \beta + T_2 \sin \gamma - F \quad (4)$$

여기서 M 은 트롤리 질량을 나타내고 x_t 는 동일 좌표계에서 측정된 트롤리 무게중심의 수평좌표를 나타낸다. 그리고 F 는 트롤리에 작용하는 제동력이다. 임의로 설정된 관성기준계에서 측정된 인양화물의 무게중심 좌표는 다음과 같다.

$$x_c = x_t + x_{ct} \quad (5)$$

$$y_c = y_t + y_{ct} \quad (6)$$

여기서 y_t 는 트롤리 무게중심의 수직좌표를 나타낸다. 트롤리가 이동하는 레일이 x 축에 평행하고 이 레일을 따라서 트롤리가 움직이기 때문에 x_t 는 시간의 함수이다. 그러나 트롤리의 수직방향 운동은 없는 것으로 한다. 이 경우에 y_t 는 일정한 값, $y_t = 0$ 을 가진다. 그러므로 $y_c = y_{ct}$ 이 된다. x_{ct} , y_{ct} 는 트롤리에 대한 인양화물의 상대 위치를 나타내는데 다음과 같다.

$$x_{ct} = l \sin \beta + (a/2) \cos \phi - (b/2) \quad (7)$$

$$y_{ct} = -l \cos \beta - (a/2) \sin \phi \quad (8)$$

그러므로 인양화물의 x 와 y 방향의 상대속도 및 상대가속도는 다음과 같다.

$$\dot{x}_{ct} = l \dot{\beta} \cos \beta - (a/2) \dot{\phi} \sin \phi \quad (9)$$

$$\ddot{x}_{ct} = l \ddot{\beta} \cos \beta - l \dot{\beta}^2 \sin \beta - (a/2) \ddot{\phi} \sin \phi - (a/2) \dot{\phi}^2 \cos \phi \quad (10)$$

$$\dot{y}_{ct} = l \dot{\beta} \sin \beta - (a/2) \dot{\phi} \cos \phi \quad (11)$$

$$\ddot{y}_{ct} = l \ddot{\beta} \sin \beta + l \dot{\beta}^2 \cos \beta - (a/2) \ddot{\phi} \cos \phi + (a/2) \dot{\phi}^2 \sin \phi \quad (12)$$

여기서 분기가 발생하지 않는 경우 피칭각은 흔들림각의 함수이므로 위의 속도 및 가속도는 오직 흔들림각 β 만의 함수로 표시됨을 알 수 있다. 따라서 계의 거동은 x_t 와 β 만으로 표시되므로 2자유도를 갖는다.

2.2 선형화

로프각의 크기는 불분명하고 대신에 순 흔들림각 $\beta - \alpha$ 와 피칭각 ϕ 은 아주 작다고 하자. 즉 진동은 정적평형상태 근방에서 발생한다고 가정하자. 논문 I 의 결과식 (3), (8) 과 순 흔들림각 ($\beta - \alpha = \gamma + \alpha$) 을 이용하면 정적평형상태 근방에서 흔들림

각과 피칭각은 다음과 같이 선형화시킬 수 있다.

$$\phi = \left\{ \frac{\bar{b}-\bar{a}}{a} \right\} (\beta-a) \quad (13)$$

$$\gamma = \beta-2\alpha \quad (14)$$

여기서 $\bar{b} = b/l$, $\bar{a} = a/l$ 로 표시되는 무차원화 된 트롤리의 공칭길이와 인양화물의 공칭길이를 나타낸다. 그리고 인양화물의 가속도 성분은 각각 다음과 같이 선형화 된다.

$$x_{ca} = l\beta \cos \alpha \quad (15)$$

$$\phi = \frac{\bar{b}-\bar{a}}{a} \beta \quad (16)$$

$$y_{ca} = 0 \quad (17)$$

이때 x_{ca} , ϕ , y_{ca} 는 순간 제동력이 작용한 경우이므로 $t=0$ 일 때의 값을 의미한다. $\beta(0) = \alpha$, $\dot{\beta}(0) = 0$ 이 된다. 이 결과를 이용하면 식 (2)와 (3)으로부터 로프의 장력은 다음과 같이 선형화 된다.

$$T_1 = \frac{mg}{2\cos \alpha} \left\{ 1 + \frac{\bar{b}}{a} (\beta-a)\tan \alpha \right\} + 2kml\beta \tan \alpha \quad (18)$$

$$T_2 = \frac{mg}{2\cos \alpha} \left\{ 1 - \frac{\bar{b}}{a} (\beta-a)\tan \alpha \right\} - 2kml\beta \tan \alpha \quad (19)$$

여기서

$$k = \frac{l}{ma^2} \quad (20)$$

그러므로 $T_H = T_1 \sin \beta + T_2 \sin \gamma$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_H = mg \left(1 + \frac{\bar{b}}{a} \tan^2 \alpha \right) (\beta-a) + 4kml\beta \tan \alpha \sin \alpha \quad (21)$$

식 (1)과 (4)를 조합하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$(\mu+1)T_H + m \frac{d^2 x_{ca}}{dt^2} = \mu F \quad (22)$$

여기서 $\mu = m/M$ 으로 표현되는 트롤리의 질량에 대한 인양화물의 질량비를 나타낸다. 식 (21)과 (15)를 식(22)에 대입하면 인양화물에 대한 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 \beta}{dt^2} + \omega_r^2 (\beta-a) = \frac{\mu+1}{\xi} \omega_f^2 \quad (23)$$

여기서

$$\xi = \cos \alpha + 4k(1+\mu) \tan \alpha \sin \alpha \quad (24)$$

$$\omega_r^2 = \frac{\mu+1}{\xi} \left\{ 1 + \frac{\bar{b}}{a} \tan^2 \alpha \right\} \omega^2 \quad (25)$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad (26)$$

$$\omega_f^2 = \frac{a_f}{l} \quad (27)$$

$$a_f = \frac{F}{m+M} \quad (28)$$

그리고 식 (4)는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d^2 x_{ca}}{dt^2} = \mu g \left(1 + \frac{\bar{b}}{a} \tan^2 \alpha \right) (\beta-a) + 4k\mu l \tan \alpha \sin \alpha \frac{d^2 \beta}{dt^2} - (1+\mu) l \omega_f^2 \quad (29)$$

3. 증폭계수

등속도 V 로 병진운동을 하던 계에 시간 $t = 0$ 에 갑자기 제동력이 작용했다면 초기조건은 $\beta(0) = \alpha$, $\dot{\beta}(0) = 0$ 가 된다. 이를 이용하여 식 (23)을 풀면 다음과 같다.

$$\beta-a = \frac{(\mu+1)}{\xi} r^2 (1 - \cos \omega_r t) \quad (30)$$

$$\dot{\beta} = \frac{(\mu+1)}{\xi} \omega_f^2 \cos \omega_r t \quad (31)$$

여기서 r 은 다음과 같이 정의된 진동수비를 나타낸다.

$$r = \frac{\omega_f}{\omega_r} \quad (32)$$

그리고 식 (30)과 (31)을 식 (29)에 대입하고 초기조건 $\dot{x}_{ca}(0) = V$ 를 이용하면 트롤리의 속력은 다음과 같다.

$$\dot{x}_{ca} = V - l\omega_f^2 t - \frac{l\mu\omega_f^2}{\omega_r} \left\{ 1 - 4k \tan \alpha \sin \alpha \frac{\mu+1}{\xi} \right\} \sin \omega_r t \quad (33)$$

여기서 다음과 같은 물리량을 도입한다.

$$\tau_m = \frac{V}{a_f} \quad (34)$$

$$\tau_n = \frac{2\pi}{\omega} \quad (35)$$

$$\xi = \frac{\tau_m}{\tau_n} \quad (36)$$

$$x_t = V \left[1 - \frac{\omega_r t + \mu \left(1 - 4k \tan \alpha \sin \alpha \frac{\mu+1}{\xi} \right) \sin \omega_r t}{2\pi \xi \sqrt{\frac{\mu+1}{\xi} \left(1 + \frac{\bar{b}}{a} \tan^2 \alpha \right)}} \right] \quad (37)$$

여기서 τ_m 은 트롤리와 인양화물이 하나의 점질량을 형성하고 이 점질량이 등감속도 a_f 로 운동하는 경우에 감속시간을 나타내고 τ_n 은 인양화물을 점질량으로 간주했을 때 이 질량의 단진자 고유주기를 나타낸다. ξ 는 단진자 고유주기에 대한 감속시간의 비를 나타내는데 이후에서는 감속시간으로 칭한다. 이 매개변수를 사용하면 트롤리의 속도는 식 (37)과 같이 쓸 수 있다.

식 (37)식을 유도할 때 고려하지 않았지만 무시할 수 없는 힘은 트롤리의 바퀴와 레일 사이의 마찰력이다. 이 힘은 실제로 트롤리의 운동방향과 항상 반대 방향으로 작용하여 점진적으로 트롤리의 진동을 억제시켜주는 역할을 한다. 그러므로 트롤리는 이 힘 때문에 거의 흔들림 없이 정지하게 된다. 어쩌든 이 마찰력의 영향은 제동시간에 상대적으로 작은 영향을 미친다고 할 수 있다. 이 경우 식 (37)로부터 제동시간은 다음과 같다. 즉 제동시간을 t_d 라고 하면 다음 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\omega_r t_d + \mu \left(1 - 4k \tan \alpha \sin \alpha \frac{\mu+1}{\xi} \right) \sin \omega_r t_d}{2\pi \xi \sqrt{\frac{\mu+1}{\xi} \left(1 + \frac{\bar{b}}{a} \tan^2 \alpha \right)}} = 1 \quad (38)$$

만약 로프각이 존재하지 않으면 즉 $\alpha = 0$ 이면 식 (38)은 FEM1,001에서 규정하는 것과 같다. 트롤리가 정지한 후에도 인양화물은 어느 시간동안 진동을 하게 되는데 이 경우에 인양화물에는 어떠한 교란력도 작용하지 않기 때문에 화물은 외력이 없는 자유운동을 하고 운동방정식은 식 (1)과 (21)으로부터 다음과 같다.

$$\bar{b} + \omega_n^2 (\beta - a) = 0 \quad (39)$$

ω 가 화물을 점질량으로 가정했을 때 단진자운동에 대한 고유진동수인데 반해서 ω_n 은 로프각이 존재할 때 계의 고유진동수를 의미하는데 다음과 같이 표시된다.

$$\omega_n^2 = \omega^2 \frac{1 + (\bar{b}/a) \tan^2 \alpha}{\cos \alpha + 4k \tan \alpha \sin \alpha} \quad (40)$$

그러므로 $t \geq t_d$ 이후 화물의 흔들림폭은 다음과 같다.

$$\beta - a = c_1 \cos \omega_n (t - t_d) + c_2 \sin \omega_n (t - t_d) \quad (41)$$

여기서 $t = t_d$ 에서 화물의 속력과 변위에 대한 연속조건을 적용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$c_1 = \frac{(\mu+1)}{\xi} r^2 (1 - \cos \omega_r t_d) \quad (42)$$

$$c_2 = \frac{(\mu+1)}{\xi} r^2 \frac{\omega_r}{\omega_n} \sin \omega_r t_d \quad (43)$$

그러므로 흔들림폭은 다음과 같이 표시된다.

$$\beta - a = \beta_{st} \Psi_0 \sin \omega_n (t - t_d - t_p) \quad (44)$$

여기서 β_{st} 는 제동력 ma_f 가 인양화물에 정적으로 작용했을 때 인양화물의 변위를 의미하는데 다음과 같이 표시된다.

$$\beta_{st} = \frac{\frac{\beta_{sw}}{a}}{1 + \frac{\bar{b}}{a} \tan^2 \alpha} \quad (45)$$

$$\beta_{sw} = \frac{\omega_r^2}{\omega^2} = \frac{a_f}{g} \quad (46)$$

여기서 β_{sw} 는 로프각이 없을 때 인양화물의 정적진폭을 나타낸다. 그러므로 인양화물의 정적변위는 로프각이 존재하면 존재하지 않을 때보다 항상 작다는 것을 알 수 있다. 다시 말해서 로프각이 존재하면 동일 교란력에 대해서 흔들림폭이 작다는 것을 나타낸다. 그리고 Ψ_0 (증폭계수)는 정적변위에 대한 동적변위를 나타내는데 다음과 같다.

$$\Psi_0 = \sqrt{(1 - \cos \omega_r t_d)^2 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_n} \right)^2 \sin^2 \omega_r t_d} \quad (47)$$

$$t_p = \frac{1}{\omega_n} \tan^{-1} \left[\frac{\cos \omega_r t_d - 1}{\left(\frac{\omega_r}{\omega_n} \right) \sin \omega_r t_d} \right] \quad (48)$$

이를 이용하면 인양로프의 장력은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{T_1 - T_{st}}{mg} = \left(\frac{1}{2} \frac{\bar{b}}{a} \frac{1}{\cos \alpha} - 2k \frac{\omega_n^2}{\omega^2} \right) \beta_{st} \Psi_0 \tan \alpha \sin \omega_n (t - t_d - t_p) \quad (49)$$

$$\frac{T_2 - T_{st}}{mg} = - \frac{T_1 - T_{st}}{mg} \beta_{st} \Psi_0 \tan \alpha \sin \omega_n (t - t_d - t_p) \quad (50)$$

여기서 T_{st} 는 인양화물의 정적 평형상태에 있을 때 로프의 장력을 나타내는데 다음과 같다.

$$T_{st} = \frac{mg}{2 \cos \alpha} \quad (51)$$

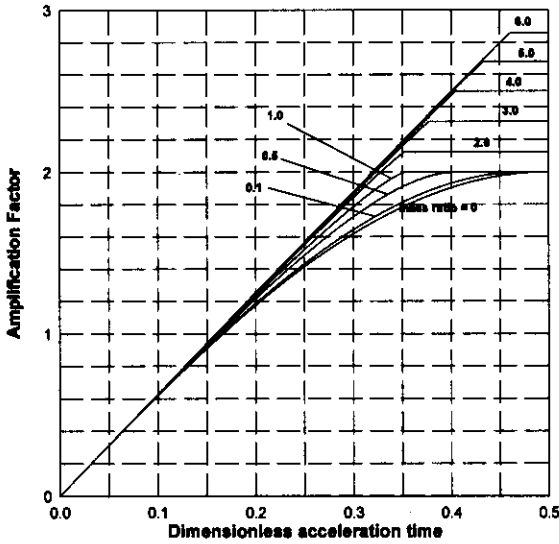


Fig. 2 Dynamic load factor for rope fleet angle $\alpha = 0$

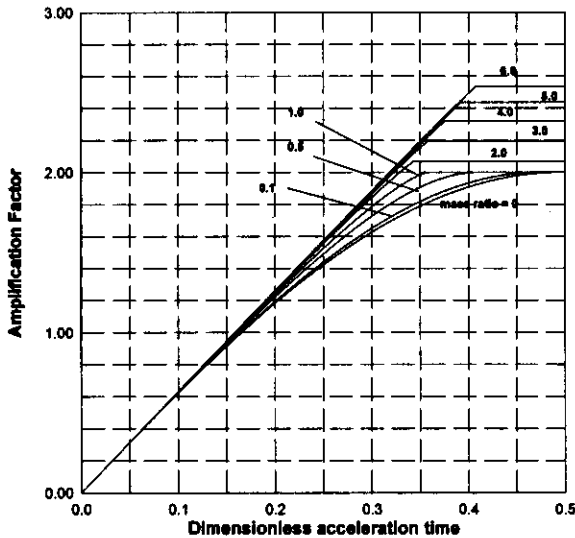


Fig. 3 Dynamic load factor for $\alpha = 5^\circ$, $k = 2$, $\bar{a} = 0.02$

식 (49)와 (50)을 보면 $a=0$ 일 때 우변은 발산하게 된다. 즉 로프에 작용하는 장력은 무한히 커지게 되므로 이는 로프의 파단을 예고한다. $a=0$ 일 때 b 및 a 에 관계없이 초기 위치가 분기 위치임을 증명하였다. 또한 기하학적 적합조건 식 (13)과 (14)는 분기가 발생할 때 만족되지 않는다는 것을 증명하였다. 따라서 식 (49)와 (50)은 $a=0$ 일 때 적용할 수 없다. 그러나 0이 아닌 대단히 작은 a 값에 대해서 식 (49)와 (50)은 대단히 큰 로프장력을 지정해 준다. 따라서 분기점 근방에서 로프의 장력은 대단히 커진다는 것을 예견할 수 있다.

증폭계수는 식 (38)로부터 트롤리의 제동시간 ωt_d 가 결정되면 이를 식 (47)에 대입하여 쉽게 결정된다. 식 (38)에서 인양로프의 로프각이 없다면 식 (38)은 FEM1,001에서 제시하는 방정식과 정확히 같다. 그리고 증폭계수 역시 FEM1,001의 값과 정확히 같고 이 때 증폭계수는 Fig. 2에 보여 주었다.

식 (38)을 보면 증폭계수는 일반적으로 인양 로프의 로프각 α , 인양화물의 회전관성 k , 트롤리의 감속시간, 트롤리의 질량에 대한 인양화물의 질량비에 의존함을 알 수 있다. Fig. 3은 $k = 2$, $\alpha = 5^\circ$, $\bar{a} = 0.02$ 인 경우에 증폭계수를 보여 준다.

Fig. 2와 Fig. 3을 보면 각 곡선에서 증폭계수의 상한값이 존재하고 감속시간 ξ 가 어떤 시간을 초과하면 증폭계수는 균일한 값을 가진다는 것을 알 수 있다. 이 값은 다음과 같이 결정할 수 있다. 해석의 편의성을 위해서 식 (47)의 $\cos(\omega t_d) = z$ 라하고, $Y = \Psi_0^c$ 이라 하자. 그러면 식 (47)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Y = 1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_n}\right)^2 - 2z + \left\{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_n}\right)^2\right\} z^2 \quad (52)$$

이 함수는 다음 점에서 극대값을 가진다.

$$z_c = \frac{1 + 4k(1 + \mu)\tan^2\alpha}{\mu} \quad (53)$$

이 함수는 영역 $-1 \leq z \leq 1$ 에서만 정의된다. 만약 z_{c1} 이 주어진 정의영역에 포함되지 않을 경우에 Y 는 $z = -1$ 에서 최대값 4를 갖는다. 즉 $\omega t_d = \pi$ 일 때 최대값 $\Psi_0 = 2$ 이다. 반면에 z_c 가 주어진 정의영역 내에 있을 경우에 극대값이 곧 최대값이 된다. 따라서 증폭계수의 최대값은 이 경우 다음과 같다.

$$\Psi_0 = c \Psi_{FEM1,001} \quad (54)$$

$$\Psi_{FEM1,001} = \frac{\mu + 1}{\sqrt{\mu}} \quad (55)$$

$$c = \frac{1 + 4k\tan^2\alpha}{\sqrt{1 + 4k(\mu + 1)\tan^2\alpha}} \quad (56)$$

이 값은 제동시간 ωt_d 가 π 에 도달하기 전에 발생한다. 여기서 $\Psi_{FEM1,001}$ 은 로프각이 없을 때 증폭계수를 나타내는데 FEM1,001에서 정의하는 것과 정확히 같다. 그리고 이들의 비를 나타내는 c 는 다음 조건하에서만 정의된다.

$$\mu > \frac{1 + 4k\tan^2\alpha}{1 - 4k\tan^2\alpha} \quad \text{and} \quad \tan^2\alpha < \frac{1}{4k} \quad (57)$$

한편 식 (56)의 비례값은 $\tan\alpha < \sqrt{(\mu - 1)/(4k)}$ 인 범위에서는 항상 1보다 작다. 이 사실과 식 (57)을 이용하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 즉 $\mu > 2$ 이면 $c < 1$ 이기 때문에 증폭계수는 FEM1,001에서 정의하는 값보다 작다. 그러나 $\mu < 2$ 이고 $1/\sqrt{4k} > \tan\alpha \geq \sqrt{(\mu - 1)/(4k)}$ 이면 증폭계수는 FEM1,001

에서 정의하는 값보다 크다. 한편 식 (38)으로부터 감속시간에 대한 정지시간의 도함수는 다음과 같다.

$$\omega_r \frac{dt_d}{d\xi} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\mu+1}{\xi} \left(1 + \frac{b}{a} \tan^2 \alpha\right)}}{1 + \mu z \left(1 - 4k \frac{\mu+1}{\xi} \tan \alpha \sin \alpha\right)} \quad (58)$$

그러므로 이 도함수는 z_c 의 값이 음의 값을 가질 때는 정의될 수 없음을 알 수 있다.

식 (53)과 z_c 이 음의 값을 가지는 경우는 정확히 같은 시간에 발생함을 알 수 있다. 이는 증폭계수가 최대가 되는 정지시간과 미분 불가능한 정지시간이 같다는 것을 의미한다. Fig.2와 Fig.3을 보면 이를 명확히 알 수 있다. 그러므로 임계 감속시간이 이 보다 크면 증폭계수는 균일한 값을 가진다. 그리고 증폭계수는 다음의 네가지 경우로

(1) $\mu \leq (1 + 4k \tan^2 \alpha) / (1 - 4k \tan^2 \alpha)$ 또는 $\tan^2 \alpha \geq 1/4k$ 인 경우

이러한 조건은 오버헤드 크레인(overhead crane)에서 나타나는 일반적인 조건이다. 앞의 해석으로부터 증폭계수는 2를 초과할 수 없다는 것을 알 수 있다. 그리고 감속위상($\omega_r t_d$)이 π 보다 크거나 같을 때 증폭계수는 최대값 2가 된다. 또는 다른 표현을 쓰면, 감속시간이 어떤 임계값 ξ_{cr} 을 초과할 때 감속시간에 관계없이 증폭계수는 최대값 2를 유지한다. 임계 감속시간은 증폭계수가 최대가 되는 감속시간 중에서 최소값을 의미한다. 앞의 해석결과에 의하면 이 경우에 증폭계수의 최대값은 $\omega_r t_d = \pi$ 인 조건에서 발생하므로 식 (38)로부터 임계 감속시간은 다음과 같다.

$$\xi_{cr} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\mu+1}{\xi} \left(1 + \frac{b}{a} \tan^2 \alpha\right)}} \quad (59)$$

로프각이 없다면 임계 감속시간은 $1/(2\sqrt{1+\mu})$ 가 되며 FEM1,001의 규정과 같다.

(2) $\mu > (1 + 4k \tan^2 \alpha) / (1 - 4k \tan^2 \alpha)$ 그리고 $\tan^2 \alpha < 1/4k$ 인 경우

이러한 조건은 컨테이너 크레인에서 볼 수 있는 조건이다. 동일한 해석에 의해서 정지시간 $\omega_r t_d$ 가 π 에 도달하기 전에 증폭계수는 최대가 된다. 즉 식 (53)으로부터 다음과 같은 조건 하에서 증폭계수는 최대가 된다.

$$\omega_r t_d = \cos^{-1} \left\{ \frac{1 + 4k(1+\mu) \tan^2 \alpha}{\mu} \right\}$$

그러므로 임계 감속시간은 다음과 같다.

$$\xi_{cr} = \frac{\Lambda_1 + \Lambda_2 \Lambda_3}{2\pi \sqrt{\frac{\mu+1}{\xi} \left(1 + \frac{b}{a} \tan^2 \alpha\right)}} \quad (60)$$

여기서

$$\Lambda_1 = \cos^{-1} \left\{ \frac{1 + 4k(1+\mu) \tan^2 \alpha}{\mu} \right\}$$

$$\Lambda_2 = 1 - 4k \tan \alpha \sin \alpha \frac{\mu+1}{\xi}$$

$$\Lambda_3 = \sqrt{\mu^2 - (1 + 4k(1+\mu) \tan^2 \alpha)^2}$$

한편 Fig. 2와 Fig. 3에 보여진 증폭계수는 반복작업에 의해서 계산되기 때문에 실제 설계에서 적용할 때 매우 불편하다. 그러나 이들 그림으로부터 설계 목적상 증폭계수는 다음과 같이 양함수로 단순화시킬 수 있음을 알 수 있다. 즉 원점에서 임계값까지 증폭계수는 선형적으로 증가하고 그 후 영역에서는 실제값과 같이 균일한 것으로 한다.

(3) $\mu > (1 + 4k \tan^2 \alpha) / (1 - 4k \tan^2 \alpha)$ 그리고 $\tan \alpha < 1/\sqrt{4k}$ 인 경우

$$\Psi_o = c \Psi_{FEM1,001} \left(\frac{\xi}{\xi_{cr}} \right) \quad \text{for } \xi < \xi_{cr} \quad (61)$$

$$\Psi_o = c \Psi_{FEM1,001} \quad \text{for } \xi \geq \xi_{cr} \quad (62)$$

여기서 임계 감속시간은 식 (60)에 정의되어 있다.

(4) $\mu \leq (1 + 4k \tan^2 \alpha) / (1 - 4k \tan^2 \alpha)$ 또는 $\tan \alpha \geq 1/\sqrt{4k}$ 인 경우

$$\Psi_o = 2 \frac{\xi}{\xi_{cr}} \quad \text{for } \xi < \xi_{cr} \quad (63)$$

$$\Psi_o = 2 \quad \text{for } \xi \geq \xi_{cr} \quad (64)$$

여기서 임계 감속시간은 식 (59)에 정의되어 있다. 질량비가 1보다 작은 경우에는 이와 같은 선형근사는 임계값 근처에서 큰 오차를 수반하게 된다. 더욱이 근사값은 실제값보다 작게 되므로 구조의 안정성에 문제가 있게 된다. 증폭계수는 질량비에 비례하므로 이와 같은 경우에는 질량비가 1일 때 증폭계수를 사용한다.

4. 설계력

4.1 인양화물에 작용하는 최대 관성력

트롤리 운동방정식 (1)로부터 인양화물에 작용하는 관성력 성분은 로프 장력의 수평성분의 합과 같다. 즉 식 (21)으로부터 인양화물에 작용하는 관성력의 최대값은 다음과 같다.

$$T_{H,max} = ma_f \Psi \quad (65)$$

여기서 ma_f 는 인양화물에 작용하는 평균 관성력을 나타낸다. 그러므로 일반적인 관성력은 평균 관성력에 증폭계수를 곱한 것과 같다. 증폭계수 다음과 같이 나타낸다.

$$\Psi = \frac{\Psi_0}{1 + 4k \tan^2 \alpha} \sin \omega_n (t - t_d - t_p)$$

이때 $-1 \leq \sin \omega_n (t - t_d - t_p) \leq 1$ 이므로, 증폭계수의 최대값은 다음과 같다.

$$\Psi = \frac{\Psi_0}{1 + 4k \tan^2 \alpha} \quad (66)$$

여기서 인양화물에 작용하는 최대 관성력은 평균 관성력에 위에서 정의된 최대 증폭계수를 곱한 것과 같다.

로프각이 없을 때 즉 $\alpha = 0$ 일 때 위 식은 $\Psi = \Psi_0$ 를 보여준다. 로프각이 없으면 FEM1,001에서 규정하는 증폭계수와 같다는 것을 알 수 있다. 그리고 로프각이 존재하면 $\Psi < \Psi_0$ 이고 이는 진자운동이 발생하기 어렵다는 것을 나타낸다.

4.2 트롤리에 작용하는 최대 관성력

식 (4)로부터 화물의 진자운동으로 기인한 트롤리에 작용하는 관성력은 다음과 같다.

$$M \frac{d^2 x_t}{dt^2} = ma_f \Psi \sin \omega_n (t - t_d - t_p) - (m + M)a_f \quad (67)$$

식 (67)에서 $-1 \leq \sin \omega_n (t - t_d - t_p) \leq 1$ 이므로, $\sin \omega_n (t - t_d - t_p) = -1$ 일 때 트롤리에 작용하는 최대관성력 F_H 가 작용한다. F_H 는 다음과 같다.

$$F_H = (M + (\Psi + 1)m)a_f \quad (68)$$

4.3 크레인에 작용하는 최대 관성력

일반적으로 사용되는 컨테이너 크레인의 고유주기는 16 m 레일 스패ن(rail span) 크레인은 2.0 sec이고 30.5 m 레일 스패ن 크레인은 2.5 sec이다(Watanabe, 1996). 그리고 화물의 인양고도는 레일 상부로부터 36 m 수준이다. 인양화물의 인양과 트롤리의 주행이 동시에 발생하기 때문에 인양로프의 길이는 운전중에 일정한 값을 가지지 않고 대략 20 m - 30 m 범위에 놓이게 된다. 이 경우에 인양화물의 단진자 주기는 약 9 sec - 11 sec 범위에 놓이게 된다. 그러므로 공진은 발생하지 않는다. 크레인의 고유주기에 비해서 화물의 단진자 주기가 상대적으로 길기 때문에 식 (67)과 같은 주기적인 교란력이 크레인에 작용

할 때 크레인은 계단함수적 충격을 받는 것과 같은 거동을 한다. 그러므로 크레인에 작용하는 설계력(최대관성력)은 식 (68)의 두 배를 취하면 된다. 즉 다음과 같다.

$$F_c = 2 \{M + (\Psi + 1)m\}a_f \quad (69)$$

이는 식 (67)로 표현된 관성력을 집중질량과 스프링 계로 치환된 크레인에 직접 적용하여 해석해서 얻을 수 있다. 본 논문을 유도할 때 크레인의 흔들림과 트롤리 및 화물의 흔들림을 연성시키지 않았는데 이는 크레인의 흔들림폭이 트롤리 및 화물의 흔들림폭에 비해서 대단히 작기 때문에 이를 고려하지 않았다. 여전히 이러한 가정은 성립된다고 가정한다. 그러면 크레인의 운동방정식은 다음과 같다. 즉 크레인의 질량을 M_c , 크레인의 강성을 K_c 라고 한다면 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_c \ddot{x}_c + K_c x_c = ma_f \Psi \sin \omega_n (t - t_d - t_p) - (m + M)a_f \quad (70)$$

이 방정식을 풀면 다음과 같은 해를 얻을 수 있다.

$$x_c = c_3 \cos \omega_c (t - t_d) + c_4 \sin \omega_c (t - t_d) + \frac{ma_f \Psi / M_c}{\omega_c^2 - \omega_n^2} \sin \omega_n (t - t_d - t_p) - \frac{(m + M)a_f}{K_c} \quad (71)$$

트롤리가 정지되기 전까지 크레인의 진동은 미소하고 트롤리가 정지된 후에 크레인이 움직이기 시작하므로 $t = t_d$ 에서 크레인은 정지되어 있었다는 조건을 적용하면 미정계수는 다음과 같이 결정된다.

$$c_3 = \frac{(m + M)a_f}{K_c} + \frac{ma_f \Psi / M_c}{\omega_c^2 - \omega_n^2} \sin \omega_n t_p \quad (72)$$

$$c_4 = -\frac{ma_f \Psi / M_c}{\omega_c^2 - \omega_n^2} \left(\frac{\omega_n}{\omega_c} \right) \cos \omega_n t_p \quad (73)$$

여기서 $\omega_c \gg \omega_n$ 이므로 식 (71)은 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$x_c = \left\{ \frac{(m + M)a_f}{K_c} + \frac{ma_f \Psi}{K_c} \sin \omega_n t_p \right\} \cos \omega_c (t - t_p) + \frac{ma_f \Psi}{K_c} \sin \omega_n (t - t_d - t_p) - \frac{(M + m)a_f}{K_c} \quad (74)$$

그러므로 크레인의 진동은 조화적이지 못하다. 진동수와 진폭이 서로 다른 두 조화진동의 합성파의 진폭은 각 조화진동의 진폭을 합한 것보다 크기가 작기 때문에 식 (74)로 주어진 크레인의 최대 진폭은 근사적으로 다음과 같다.

$$x_{c,max} = \left\{ \frac{(m + M)a_f}{K_c} + \frac{ma_f \Psi}{K_c} \right\}$$

$$+ \frac{ma_f \Psi}{K_c} + \frac{(M+m)a_f}{K_c} \quad (75)$$

그러므로 크레인에 작용하는 등가 정하중은 식 (69)와 같다. 식 (74)는 크레인의 과도기 진동이 포함되어 있어서 식 (75)와 같은 결과를 얻었다. 그러나 컨테이너 크레인의 경우에 컨테이너 화물을 한번 처리하는데 소요되는 시간이 보통 1 min - 2 min 정도 걸리고 화물을 한 번 처리할 때마다 식 (74)와 같은 상황을 2번 겪게 되므로 이와 같은 상황은 30 - 60 sec마다 한 번씩 직면하게 된다.

FEM1,001에서는 식 (68)의 힘이 트롤리를 통해서 그대로 크레인에 전달된다고 규정한다. 그래서 서론에서 언급한 바와 같이 과도상태를 고려한 실제 관성력은 FEM1,001이 규정하고 있는 것보다 2배 크게 나타나고 있음을 알 수 있고 이것은 실제 관측결과에 의해서 확인되었다.

4.4 앤티스웨이 시스템이 작용할 때 관성력

앤티스웨이 시스템이 작용할 때 크레인과 트롤리, 인양화물 사이의 상대운동은 없기 때문에 크레인에 작용하는 설계력은 평균 관성력과 같거나 작다. 그러므로 크레인에 작용하는 관성력은 감쇠력 F 가 된다. 즉

$$F = (M + m)a_f \quad (76)$$

4.5 로프 장력

식 (49)와 (50)으로부터 최대 로프장력은 다음과 같다.

$$\frac{T_{max} - T_{st}}{mg} = \left| \left(\frac{1}{2} \frac{\bar{b}}{a} - \frac{k}{\omega^2} \frac{\omega_r^2}{\mu + 1} \right) \left(\frac{\tan \alpha}{\cos \alpha} \right) \right| \beta_{st} \Psi \quad (77)$$

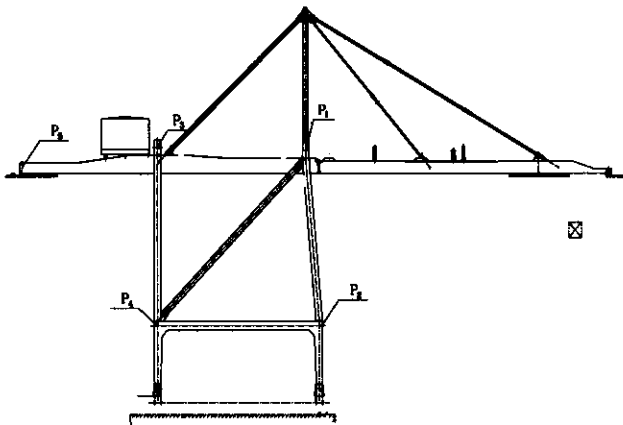


Fig. 4 Test point

그러므로 로프각이 작을 경우에 정적 평형상태에서 로프 장력을 사용해도 무방하다. 그러나 로프각이 클 경우는 반드시 로프각의 영향을 고려해야 하고 또 흔들림각 $(\beta_{st} + \alpha) \Psi$ 이 분기각보다 큰 경우에 로프의 장력은 식 (76)으로 계산된 값의 2배가 됨을 주의해야 한다.

5. 현장 관측 결과 및 결과 비교

5.1. 크레인의 강성 해석

유한요소 해석을 위하여 신선대 컨테이너 터미널에서 운영 중인 C106 컨테이너크레인을 사용하였고, Fig. 4에 시뮬레이션 및 현장 관측을 위한 테스트 포인트를 나타내었다. 신선대 C106호 컨테이너크레인에 대한 유한요소 해석결과를 table 1에 나타내었다.

5.2 현장관측에 대한 계속조건 및 결과

- Wind speed = 8 ~ 10 m/sec, to trolley travel dir.
- Trolley speed = 180 m/min
- Lifted container weight = 25 ton
- Decelerating time = 3.5 sec
- Trolley weight : TL = 25 ton
- Lifting system : LS = 13 ton
- Fleet angle : $\alpha = 0^\circ$
- 평균 가속도 : $a_f = 0.087 g$
- 증폭계수 : $\mu = 1.52, \Psi = 1.78$

Table 2와 Fig. 5에 최대 진폭에 대한 실험 결과를 나타내었다. 앤티스웨이 시스템이 작동할 때 5 - 8 mm의 처짐이 생겼고, 작동하지 않을 때는 20 - 35 mm의 처짐이 생겼다. Point 1과 point 5에서 이론치와 실측치가 일치하지 않는 것은 바람에 의한 영향으로 사료된다. 그리고 앤티스웨이 시스템의 작동 유무에 따른 등가 관성력을 다음과 같이 구할 수 있다.

등가 관성력 :

Antiway system off

$$F_{ci} = 2 \{ TL + (\Psi + 1)(LS + LL) \} a_f = 2 \times \{ 25 + 2.78 \times (25 + 13) \} \times 0.087 = 22.73 \text{ ton}$$

Antisway system on

$$F_{ci} = (TL + LS + LL) a_f = (25 + 25 + 13) \times 0.087 = 5.48 \text{ ton}$$

Table 1 The stiffness of C106 Sinsundae crane

	Stiffness	Flexibility	Remark
Point 1	0.96 ton/mm	1.04 mm/ton	Refer to Fig. 4
Point 2	1.04 ton/mm	0.96 mm/ton	
Point 3	0.81 ton/mm	1.24 mm/ton	
Point 4	1.04 ton/mm	0.96 mm/ton	
Point 5	0.81 ton/mm	1.24 mm/ton	

Table 2 Field test result

	Deflection				Remark
	Antisway on		Antisway off		
	Real	Theory	Real	Theory	
Point 1	7 mm	6.07 mm	35 mm	23.64 mm	Refer to Fig. 5
Point 2	5 mm	5.26 mm	20 mm	21.82 mm	
Point 3	6 mm	6.79 mm	26 mm	28.19 mm	
Point 4	8 mm	5.26 mm	25 mm	21.82 mm	
Point 5	0 mm	6.80 mm	30 mm	28.19 mm	

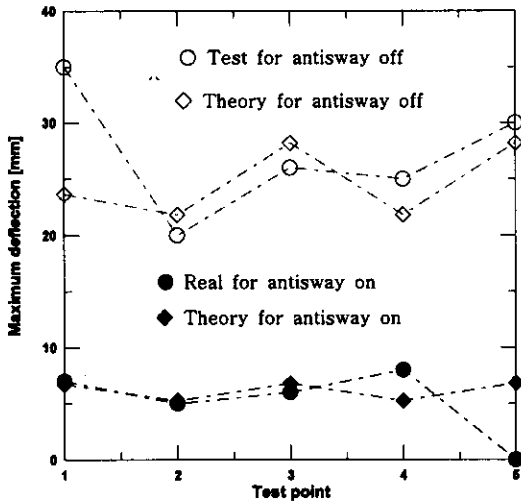


Fig. 5 Maximum deflection

6. 결 론

인양로프의 로프각이 존재할 때 인양계의 운동방정식을 유도하였고 이 진자운동으로 인해 크레인, 트롤리 및 인양화물에 작용하는 관성력을 유도하였다. 그리고 실관측을 통해서 이를 검증하였다.

크레인이 고속 대형화됨에 따라서 상대적으로 크레인의 강성은 저하하고 화물의 진자운동 영향이 증대되고 있기 때문에 이에 따라서 각국 터미널은 크레인의 처짐에 대한 기준을 강화하고 있는 추세이다. 그러나 이러한 처짐을 계산하기 위한 동하중에 대한 어떠한 규정도 아직 정립되지 않은 상태이다. 본 연구는 이 동하중을 정립하는데 주 목적을 두고 있고 특히 로프의 로프각이 미치는 영향에 대해서 세부적으로 연구했다.

또한 본 연구의 결과는 화물의 진자운동을 제어하기 위한 이론을 제공하기 위해서 기술되었다. 본 연구 결과에 의하면 인양화물의 회전관성과 인양로프의 로프각이 클수록 동일 교란력에 대해서 인양화물은 진자운동에 대해서 상대적으로 안정됨을 보였다.

후 기

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실(NRL) 사업 (과제번호: M1-0302-00-0039-03-J00-00-023-10) 및 교육인적자원부 지정 차

세대물류IT기술연구사업단의 지원으로 연구되었습니다.

참 고 문 헌

손유식, 김영복 (2000). "컨테이너 크레인의 흔들림 방지장치 개발에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제14권, 제4호, pp 35-42.

신민생 (1995). 다변수 제어계 설계법을 이용한 컨테이너 크레인의 운전자동화에 관한 연구, 부산수산대학교 대학원 공학박사학위논문.

신장용 (1998). 부산항 컨테이너 크레인의 흔들림 원인 규명 및 대책, 대우중공업 연구보고서.

이종규, 이상룡 (2000). "비선형 천정크레인시스템의 위치제어 알고리즘 개발", 한국정밀공학회지, 제17권, 제4호, pp 142-147.

이진우, 여태경, 안희웅, 김상봉 (1998). "2자유도 서보제어기를 이용한 크레인의 Anti-Sway 제어", 한국해양공학회지, 제12권, 제4호, pp 17-23.

홍금식, 손성철, 이만형 (1997a). "컨테이너크레인의 흔들림제어 (Part I): 모델링, 제어전략, 기준선도를 이용한 오차피드백 제어", 제어.자동화.시스템공학논문지, 제3권, 제1호, pp 23-31.

홍금식, 손성철, 이만형 (1997b). "컨테이너크레인의 흔들림제어 (Part II): 트롤리 주행속도 조절을 통한 진자운동의 제어", 제어.자동화.시스템공학논문지, 제3권, 제2호, pp 132-138.

홍금식 (1999). "컨테이너 기중기의 제어: 수정된 시간최적주행과 비선형 잔류흔들림 제어", 제어.자동화.시스템공학논문지, 제5권, 제5호, pp 630-639.

Auernig, J.W. and Troger, H. (1987). "Time Optimal Control of Overhead Crane with Hoisting of the Load", Automatica, Vol 23, No 4, pp 437-447.

David, S.R. (1989). "Swing-free Transport of Suspended Objects", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol 5, No 2, pp 234-236.

Fang, Y., Dixon, W.E., Dawson, D.M. and Zergeroglu, E. (2003). "Nonlinear Coupling Control Laws for an Underactuated Overhead Crane System", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol 8, No 3, pp 418-423.

FEM1001 (Federation Europeenne de la Manutention), (1987). Rules for the Design of Hoisting Appliances, 3rd edition.

Hong, K.S., Park, B.J. and Lee, M.H. (2000). "Two-Stage Control for Container Cranes", JSME International Journal Series C, Vol 43, No 2, pp 273-282.

Hong, K.T., Huh, C.D. and Hong, K.S. (2003). "Command Shaping Control for Limiting the Transient Sway Angle of Crane Systems", International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol 1, No 1, pp 43-53.

Kim, Y.S., Hong, K.S. and Sul, S.K. (2004). "Anti-Sway Control of Container Cranes: Inclinometer, Observer, and State Feedback", International Journal of Control,

- Automation, and Systems, Vol 2, No 4, pp 435-449.
- Martinen, A., Virkkunen, J. and Salmine, R.T. (1990). "Control Study with a Pilot Crane", IEEE Trans. on Education, Vol 33, No 3, pp 298-305.
- Watanabe, I. (1996). "The Kobe Comeback - Meeting Changing Operational Requirements - Lessons for the Future", TOC'96.
- Rahn, C.D., Zhang, F., Joshi, S. and Dawson, D.M. (1999). "Asymptotically Stabilizing Angle Feedback for a Flexible Cable Gantry Crane", ASME Transactions, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol 121, No 3, pp 563-566.
- Singhose, W., Porter, L., Kenison, M. and Kriikku, E. (2000). "Effects of Hoisting on the Input Shaping Control of Gantry Cranes", Control Engineering Practice, Vol 8, No 10, pp 1159-1165.
-
- 2004년 10월 14일 원고 접수
2005년 1월 20일 최종 수정본 채택